

Das Elektron als Welle

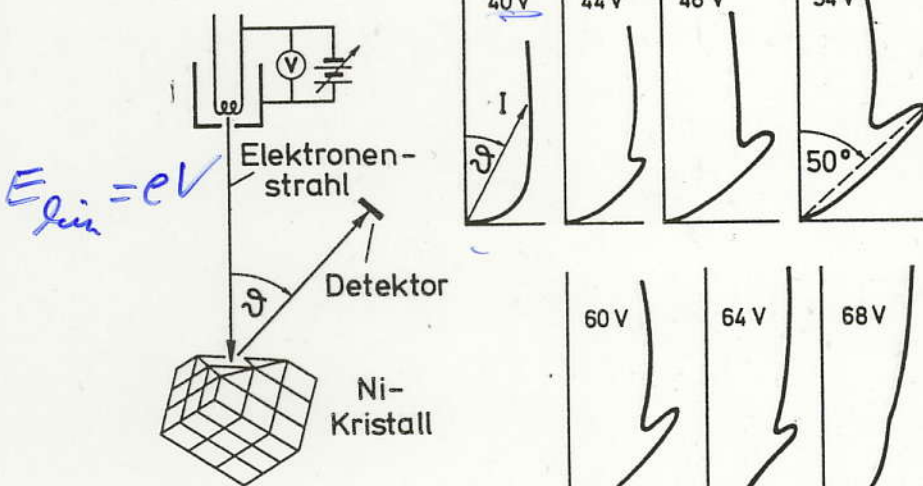
Versuch von Davisson und Germer (1919, Erklärung 1927)
 de Broglie: $\lambda = \frac{h}{p} \underset{\text{klassisch}}{\overset{\uparrow}{=}} \frac{h}{\sqrt{2m_e E_{\text{kin}}}} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}}$

Tabelle 6.2. Wellenlänge der Elektronen nach De Broglie in Å bei verschiedenen Energien [eV]

E_{kin}	[eV]	10	100	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
λ	[Å]	3,9	1,2	0,39	0,12	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$8,7 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$

$\uparrow \approx$ Staugröße
 langsame
 Elektronen

Interferenz bei Reflexion langsame Elektronen
 an einem Ni-Kristall



Winkelverteilung der reflektierten Elektronen
 in Polardarstellung: Pfeillänge ist Maß
 für Intensität

Interpretation mit Bragg-Bedingung

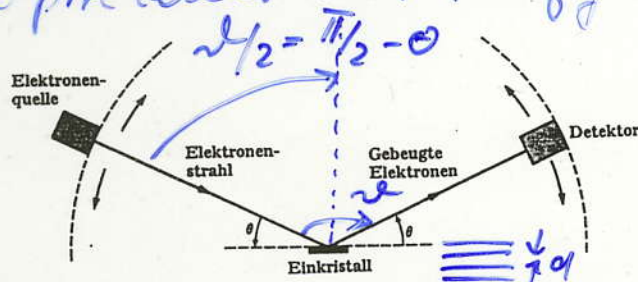


Abb. 1-23. Anordnung von Davisson und Germer zur Beobachtung der Bragg-Streuung von Elektronen.

$$2d \sin \Theta = n \cdot \lambda$$

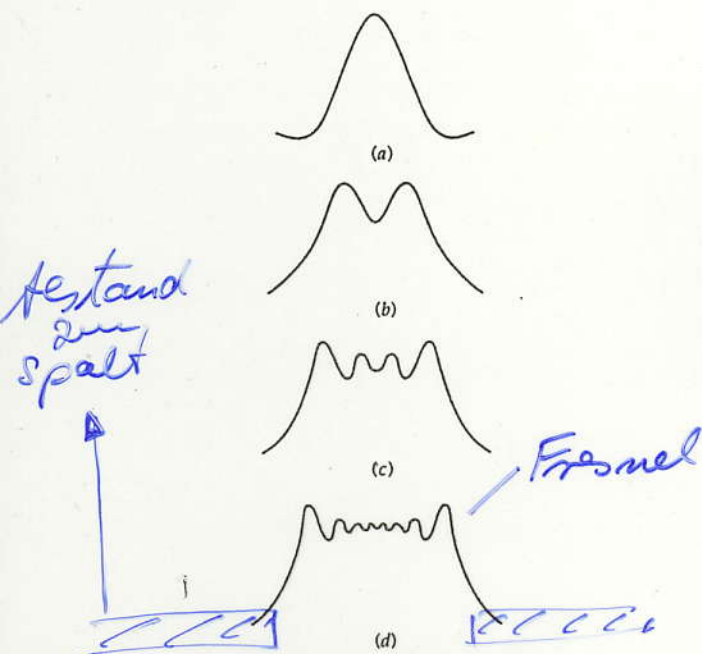
$$\Theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}$$

$$\sin \Theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$= \cos \frac{\varphi}{2}$$

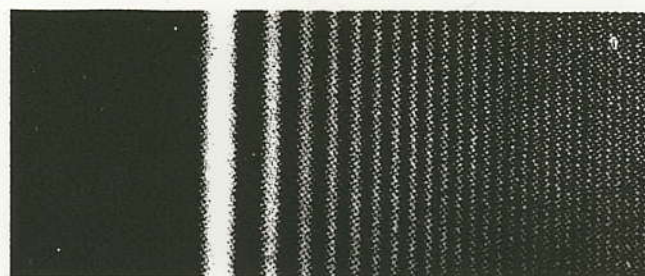
$$\Rightarrow 2d \cos \frac{\varphi}{2} = n \cdot \lambda$$

Fresnel - Beugung an einer Kante, Bornsch (1956)
 Beugungsmuster von Licht an einem Einzelspalt
 Fraunhofer - Beugungsmuster
 Kante

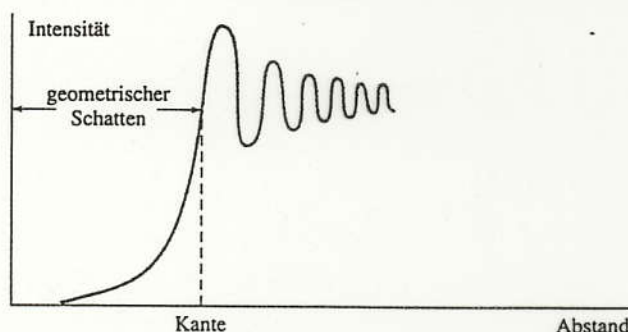


33.28 Die Beugungsmuster an einem Einzelspalt bei verschiedenen Schirmabständen. Bringt man den Schirm näher an den Spalt, so wird das Fraunhofer-Beugungsmuster a) bei weit entferntem Schirm allmählich zum Fresnel-Beugungsmuster, b) wobei der Schirm nahe am Spalt steht.

1.1.11



(a)



(b)

Beugung von Elektronen an einer Halbebene
 und einem Draht

H_2O_3 - Folienkante



$$E_e = 3,4 \cdot 10^4 \text{ eV}$$



$$E_e = 19,4 \cdot 10^3 \text{ eV}$$

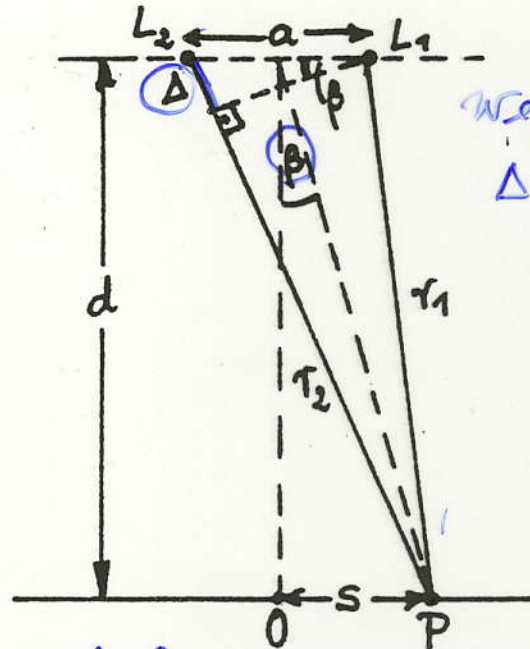
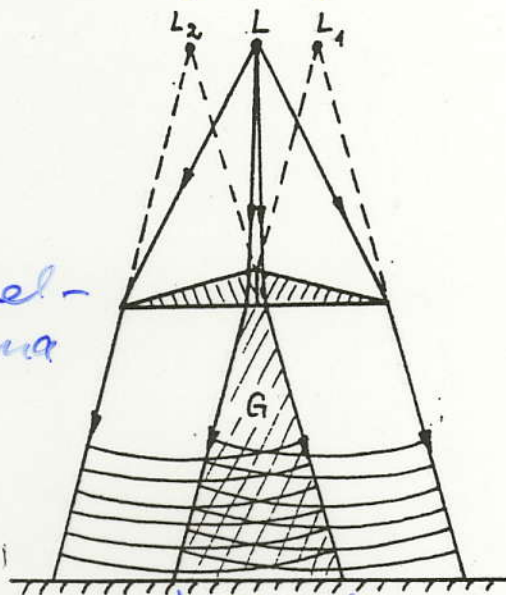
↑
 2 µm Ø Golddraht

Biegung am Fresnel-Biprismen, Möllenstedt (1956)

punktartige Ersatz-
lichtquellen

Doppel-
prisma

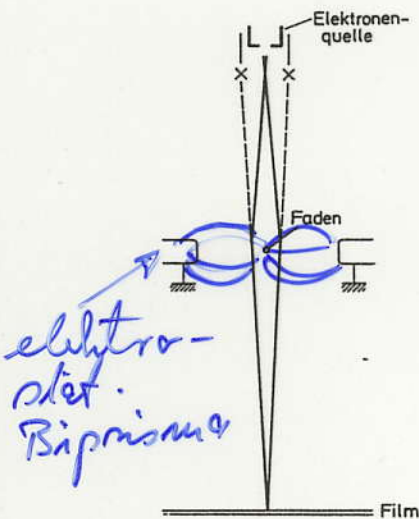
Überlagerungsgebiet



Wegdifferenz

$$\begin{aligned}\Delta &= r_2 - r_1 \\ &\approx a \sin \beta \\ &\approx a \tan \beta \\ &\approx a \cdot \frac{s}{d}\end{aligned}$$

Interferenzmaximum $\frac{a \cdot s_{\max}}{d} = n \cdot \lambda$
 $\Rightarrow s_{\max} = \frac{n \cdot d}{a} \cdot \lambda$



elektro-
statisches
Biprismen

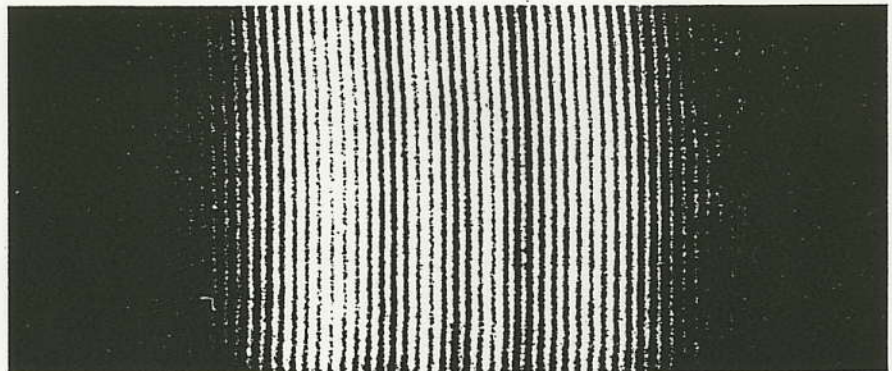


Abb. 6.10. Elektroneninterferenzen mit dem elektrostatischen Biprismen nach Möllenstedt und Düker. Meßergebnisse, aus Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik, 13. Aufl. (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1977) Abb. 10.69

Abb. 6.9. Elektroneninterferenzen mit dem elektrostatischen Biprismen nach Möllenstedt und Düker. Versuchsanordnung. Zwischen dem Faden und den Gegenelektroden liegt eine elektrische Spannung. Durch das entstehende inhomogene elektrische Feld werden die Elektronen wie eingezeichnet abgelenkt. Nach Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik, 13. Aufl. (Springer, Berlin, Heidelberg, New York) Abb. 10.68

Strom als Wellen
 Die Wellennatur anderer Teilchen (He-Strahlstrahlen,
 Neutronen, Protonen ...) wurde ebenfalls durch
 Interferenzexperimente nachgewiesen.

Elektronen

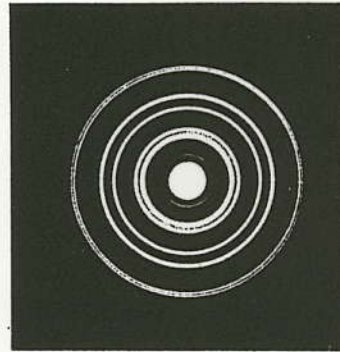
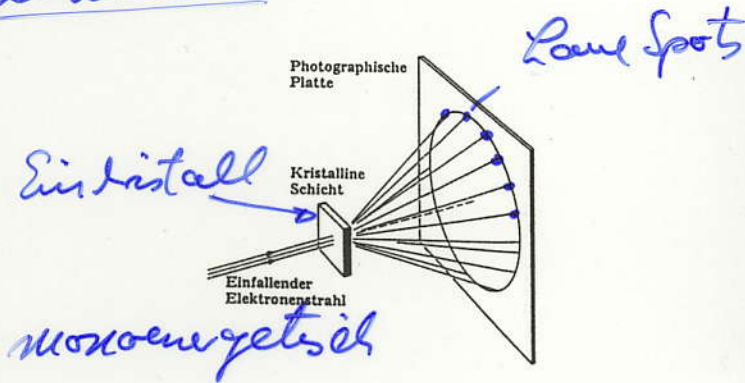


Abb. 1-20. Experimentelle Anordnung zur Beobachtung der Elektronenbeugung an kristallinem Material.

Abb. 1-21. Beugung von Elektronen an Kristallpulver (mit freundlicher Genehmigung von Dr. Lester Germer).

Neutronen

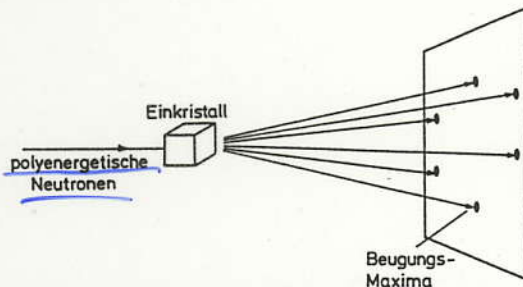


Abb. 6.11. Neutronenbeugung am Einkristall, Laue-Anordnung. Mit polyenergetischen Neutronen erhält man durch Streuung am Einkristall Laue-Diagramme

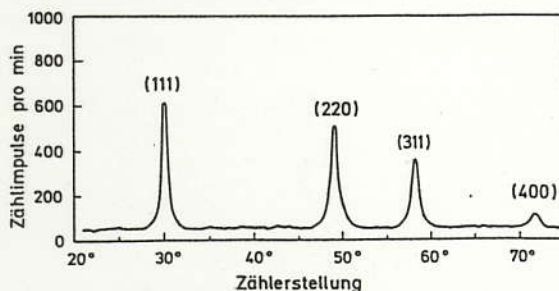


Abb. 6.13. Neutronenbeugung an Diamantpulver (nach G. Bacon). Man erkennt Beugungsmaxima an vier Netzebenen-scharen, die mit den kristallographischen Indizes (111), (220), (311) und (400) bezeichnet sind

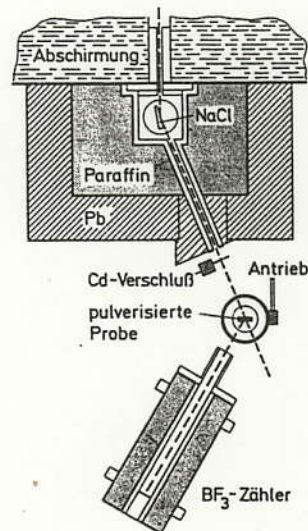


Abb. 6.12. Neutronenspektrometer (nach E. V. Wollan, C. G. Shull: Phys. Rev. 73, 830, 1948). Die Neutronen werden durch Reflexion an einem NaCl-Kristall monochromatisiert und erzeugen durch Beugung an einer polykristallinen Probe Interferenzringe nach Debye-Scherrer. Die Abmessung erfolgt mit einem BF_3 -Zähler

Elektronenbeugung am Spalt

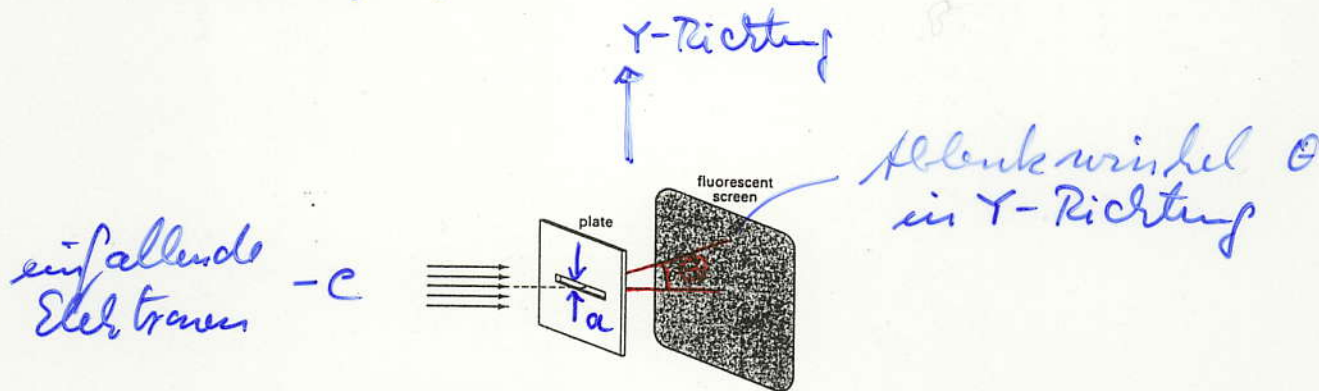


Fig. 5.8 Arrangement for an electron diffraction experiment. The angle θ measures the deflection of an electron from the straight path.

$a \gg \lambda_{\text{de Broglie}}$

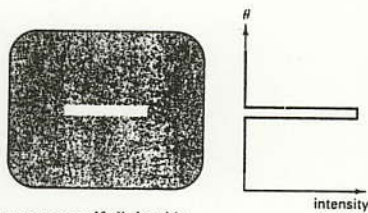


Fig. 5.9 Pattern seen on screen if slit is wide.

entspricht der klassische Erwartung für Teilchen, die entlang gerader Linien wandern

$a \sim \lambda_{\text{de Broglie}}$

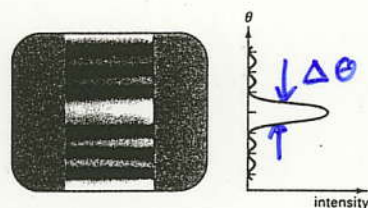


Fig. 5.10 Pattern seen on screen if slit is very narrow.

Beugungsmuster
 $\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{a}$

wie für klassische Wellen erwartet, widerspricht aber klassischer Erwartung der Teilchenwanderung entlang gerader Linien. Beugungsmuster für Punktquelle, nahezu gleichförmige Intensitätsverteilung

$a \ll \lambda_{\text{de Broglie}}$

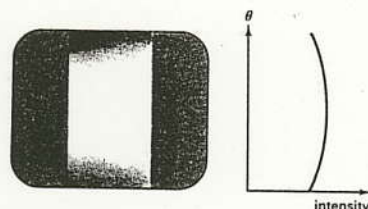


Fig. 5.11 Pattern seen on screen if slit is extremely narrow

Interpretation: $-e$ sind klassische Wellen ist falsch!
Beweis: Reduktion der Zahl der einfallenden Elektronen
klassische Erwartung: einzelnes Elektron sollte Beugungsmuster zeigen.

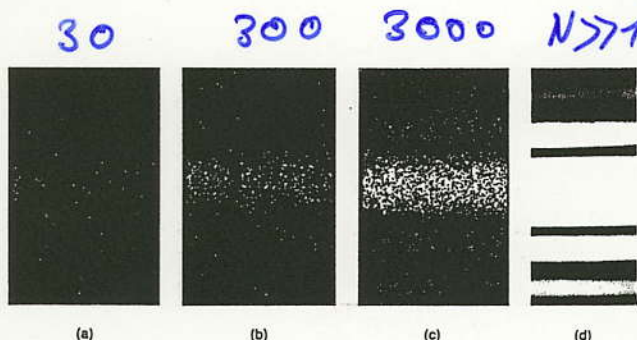


Fig. 5.12 Patterns of impact points of a number of electrons on the screen: (a) 30 electrons; (b) 300 electrons; (c) 3000 electrons; (d) a very large number of electrons. [(a)–(c) are simulations generated by a computer; (d) is a diffraction pattern obtained with light.]

Beugungsmuster ergibt sich durch den Beitrag vieler Elektronen, Auftreffpunkt ein einzelnes Elektron nicht vorhersagbar, nur die mittlere Verteilung einer großen Zahl von Elektronen ist vorhersagbar.

Doppelspalt - Experiment

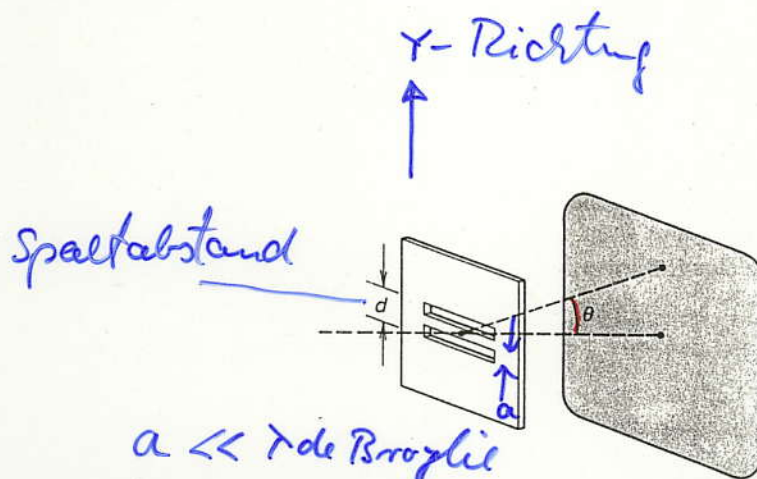


Fig. 5.13 Slits and screen. The separation between the slits is assumed to be much smaller than the distance to the screen.

a) Ein Spalt abgedeckt

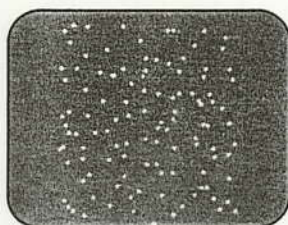


Fig. 5.14 Pattern of impact points if only one (extremely narrow) slit is open.

nahzu homogene Verteilung der Elektronen auf dem Schirm

b) Ergebnis für Doppelspalt

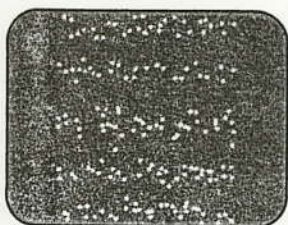


Fig. 5.15 Pattern of impact points if both slits are open.

Interferenzmuster von Wellen, die von den zwei Spalten ausgehen.

Welle ψ_1 von Spalt 1

Welle ψ_2 von Spalt 2

Analogie Optik:

Annahme: Prinzip der linearen Superposition

$$\Rightarrow \psi = \psi_1 + \psi_2$$

konstruktive Interferenz: $d \sin \theta = n \cdot \lambda, n=0,1,2, \dots$
 destruktive Interferenz: $d \sin \theta = (n + \frac{1}{2}) \lambda$

Heisenberg'sche Unschärferelationen

Ziel: Messung der Position des Elektrons in y -Richtung

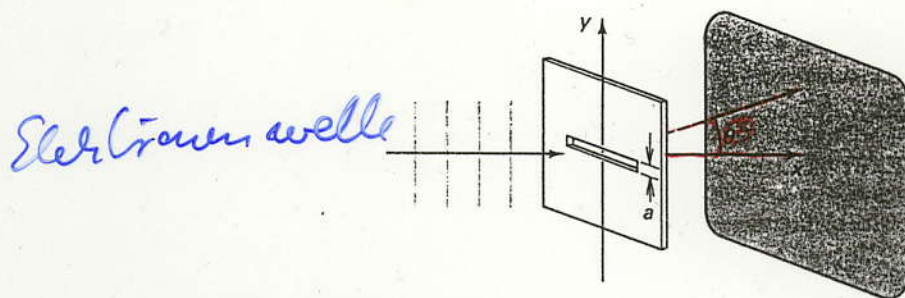


Fig. 5.16 Electron wave incident on a slit.

Fehler der Messung der y -Position: $\Delta y \approx a$ Spaltbreite
Beugung $\Rightarrow$ Elektron wird um Winkel θ abgelenkt
Abschätzung der Ablenkung $\Delta \theta \approx \frac{\lambda}{a}$

Impuls des Teilchens in y -Richtung: $p_y = p \sin \theta \approx p \cdot \theta$
Unsicherheit im Impuls: $\Delta p_y = p \cdot \Delta \theta \approx p \cdot \frac{\lambda}{a} = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{a}$
$$= \frac{h}{a}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \Delta y \cdot \Delta p_y &\approx h \quad (\text{exakt } \frac{h}{2}) \\ \Delta x \cdot \Delta p_x &\approx \frac{h}{2} \\ \Delta z \cdot \Delta p_z &\approx \frac{h}{2} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Heisenberg'sche} \\ \text{Unschärferelationen} \\ \text{für Ort und Impuls} \end{array} \right\}$$