

2.1.1 Entdeckung und spezifische Ladung e/m_e des Elektrons

keine Gasentladung

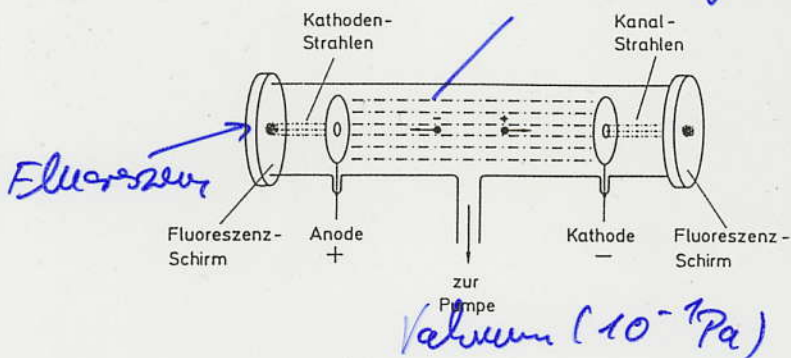


Abb. 2.21. Gasentladungsröhre zur Erzeugung von Kathoden- und Kanalstrahlen. Zwischen Anode und Kathode liegt eine Spannung von einigen 1000 Volt. Die im Rohr auftretenden Leuchterscheinungen und die Ausbildung von Kathoden- und Kanalstrahl hängen stark vom Druck ab. Im feldfreien Raum zwischen Kathode und Fluoreszenzschirm sieht man den Kanalstrahl, der aus positiven Ionen besteht. In dieser Weise erzeugte Kanal- und Kathodenstrahlen waren in der Frühzeit der Atomphysik von besonderer Bedeutung für die Untersuchung von Ladung, Masse und Streuquerschnitt von Elektronen und Ionen

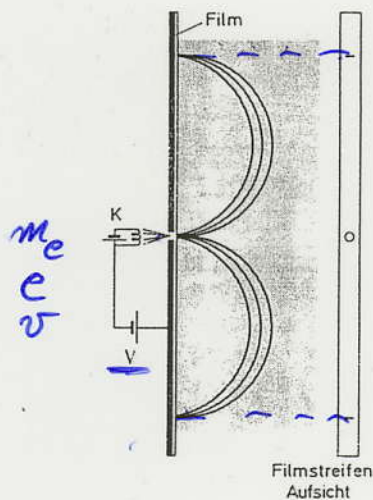


Abb. 6.3. Versuchsanordnung zur Messung der spezifischen Masse m_e des Elektrons. Die von der Kathode K erzeugten und durch die Spannung V beschleunigten Elektronen werden von einem senkrecht zur Zeichenebene gerichteten Magnetfeld auf Kreisbahnen abgelenkt und auf einem Film registriert. Durch Umpolen des Magnetfeldes wird die Ablenkungsrichtung umgekehrt

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = e \cdot V ; \quad m_e \frac{v^2}{r} = e v B$$

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2V}{r^2 B^2} = 1,7588 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31} kg \ll m_{Atom}$$

Ruhemasse des Elektrons

Tabelle 6.1. Spezifische Masse des Elektrons bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen

Beschleunigungsspannung U [kV]	0	500	1000	1500
Gemessene spezifische Masse e/m [10^{11} C/kg]	1.76	0.88	0.56	0.44

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

||
B

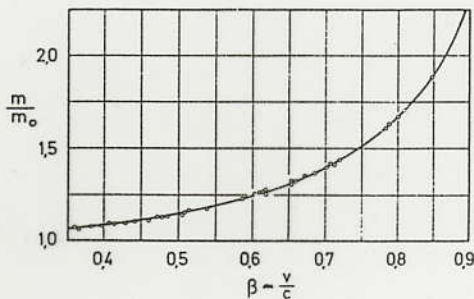


Abb. 6.5. Experimentelle Werte zur Abhängigkeit der Masse des Elektrons von seiner Geschwindigkeit (Prüfung der Lorentzformel). Aufgetragen ist die Masse m in Einheiten der Ruhemasse m_0 in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit c

2.1.2 Die Ladung des Elektrons

Townsend (1897), Wilson (1903), Millikan (1910 - 1913)

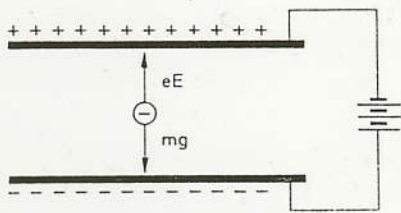


Abb. 6.1. Prinzip des Millikanschen Öltröpfchen-Versuches zur Messung der Ladung des Elektrons. Das negativ geladene Öltröpfchen erfährt im Feld die Kraft $n \cdot e \cdot E$, wenn n die Anzahl der auf ihm sitzenden Elementarladungen ist. Außerdem wirkt die Schwerkraft mg .

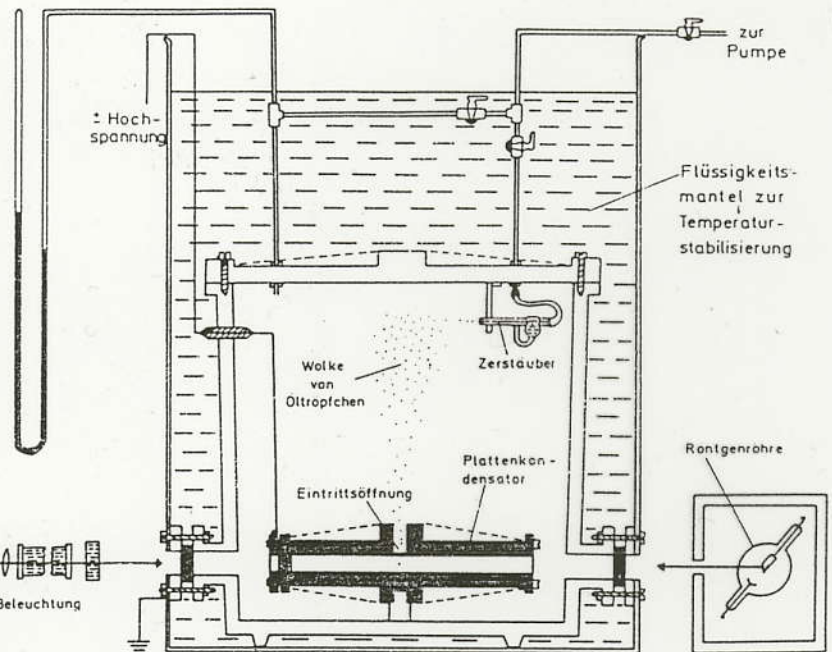


Abb. 6.2. Versuchsanordnung von Millikan nach: Phys. Rev. 2, 109 (1913). Die durch den Zerstäuber erzeugten Öltröpfchen können durch Bestrahlung mit Röntgenlicht aufgeladen oder umgeladen werden.

$$F = m \cdot g \pm q \cdot E - 6\pi\eta r \cdot v + (F_{\text{Auftrieb}})$$

$\uparrow$
 $\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho$

$$E=0, F=0$$

$$v_0 = \frac{2}{9} \frac{\rho r^2 g}{\eta}$$

$$\pm E, F=0$$

$$v_{1,2} = v_0 \pm \frac{qE}{6\pi\eta r}$$

$$\text{Aus } v_1 + v_2 \Rightarrow r = \frac{3}{2} \left(\frac{\eta (v_1 + v_2)}{\rho g} \right)^{1/2}$$

$$\text{Aus } v_1 - v_2 \text{ mit } r \Rightarrow q = \frac{9\pi\eta^{3/2}}{2E} \left(\frac{v_1 + v_2}{\rho g} \right)^{1/2} (v_1 - v_2)$$

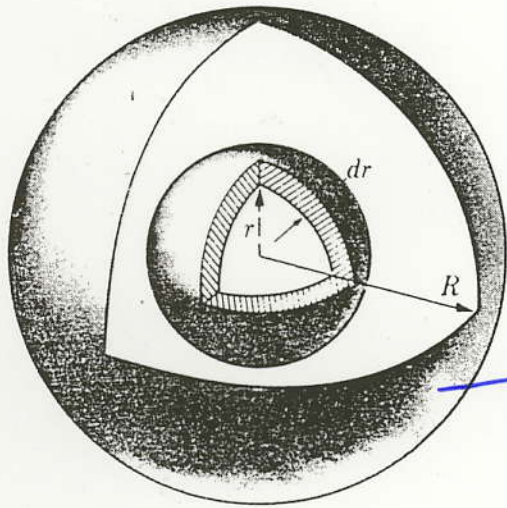
$$= -N \cdot e$$

$\uparrow$
 ganze Zahl

$$\text{Elementarladung } e = 1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

2.1.3 Die Größe des Elektrons - klassische Modellierung

Modell: Elektron sei homogen geladene Kugel mit Radius R , Ladung $-e$ und Masse m_e



Ruhenergie $m_e c^2$

||

elektrostatische Energie

Ladungsdichte

$$\rho = \frac{-e}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Ladung der Kugel mit $r < R$: $q = -e \frac{r^3}{R^3}$

Potential an der Oberfläche: $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{r^2}{R^3}$

Änderung des Radius bei Änderung der Ladung:

$$dq = -3e \frac{r^2}{R^3} dr$$

Änderung der el. Energie $dE = V \cdot dq$

elektrostatische Energie $E = \int_0^R \frac{3e^2 r^4}{4\pi\epsilon_0 R^6} dr$

$$= \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} = m_e c^2$$

$$\Rightarrow R = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2}$$

r_e = klassischer Elektronenradius

$= 2.8178 \cdot 10^{-15} \text{ m} \ll R_{\text{Atom}}$
strahlungslos, punktförmiges Teilchen

heute: $R_e \ll 10^{-17} \text{ m}$

2.2.1 Massenspektroskopie

Massenspektroph nach Thomson (Parabelmethode)

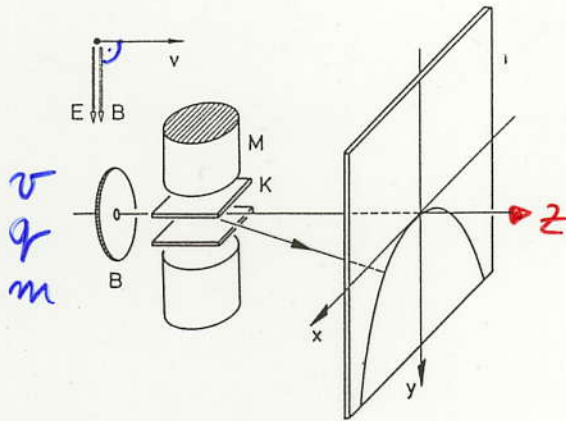


Abb. 3.2. Parabelmethode, schematische Darstellung. Der durch die Blende B kollimierte Ionenstrahl wird durch den Magneten M und den Kondensator K in x- und y-Richtung abgelenkt. Gl. (3.5) gibt die Teilchenspur auf einem Auffänger-Schirm unmittelbar am Ende des Kondensators und des Magneten. Bei größerer Entfernung zum Schirm werden die Parabeln durch die Projektion entsprechend verzerrt. Beide Äste der Parabel gelten, wenn E- und B-Feld umgepolt werden

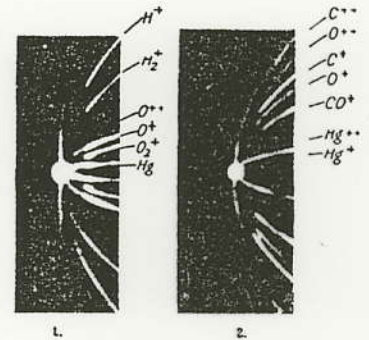


Abb. 11
Photographien
Thomson'scher Parabeln

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathcal{E} \end{pmatrix}; \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix}$$

$$Y = \frac{2\mathcal{E}}{e^2 B^2} \frac{m}{q} x^2$$

2.2.2 Die natürlichen Nuklide

Tabelle 6
Atomgewichte der Elemente in der ^{12}C -Skala und Übersicht über die natürlich vorkommenden Nuklide

Z	Symbol	Atomgewicht	Massenzahlen
1	H	1,00797	1, 2
2	He	4,0026	4, 3
3	Li	6,939	7, 6
4	Be	9,0122	9
5	B	10,811	11, 10
6	C	12,01115	12, 13
7	N	14,0067	14, 15
8	O	15,9994	16, 18, 17
9	F	18,9984	19
10	Ne	20,183	20, 22, 21
11	Na	22,9898	23
12	Mg	24,312	24, 26, 25
13	Al	26,9815	27
14	Si	28,086	28, 29, 30
15	P	30,9738	31
16	S	32,064	32, 34, 33, 36
17	Cl	35,453	35, 37
18	Ar	39,948	40, 36, 38
19	K	39,102	39, 41, 40*
20	Ca	40,08	40, 44, 42, 48, 43, 46
21	Sc	44,956	45
22	Ti	47,90	48, 46, 47, 49, 50
23	V	50,942	51, 50
24	Cr	51,996	52, 53, 50, 54
25	Mn	54,9380	55
26	Fe	55,847	56, 54, 57, 58
27	Co	58,9332	59
28	Ni	58,71	58, 60, 62, 61, 64
29	Cu	63,54	63, 65
30	Zn	65,37	64, 66, 68, 67, 70
31	Ga	69,72	69, 71
32	Ge	72,59	74, 72, 70, 76, 73
33	As	74,9216	75
34	Se	78,96	80, 78, 82, 76, 77, 74
35	Br	79,909	79, 81
36	Kr	83,80	84, 86, 82, 83, 80, 78
37	Rb	85,47	85, 87*
38	Sr	87,62	88, 86, 87, 84
39	Y	88,905	89
40	Zr	91,22	90, 94, 92, 91, 96
41	Nb	92,906	93
42	Mo	95,94	98, 96, 92, 95, 100, 97, 94
44	Ru	101,07	102, 104, 101, 100, 99, 96, 98
45	Rh	102,905	103
46	Pd	106,4	106, 108, 105, 110, 104, 102
47	Ag	107,870	107, 109
48	Cd	112,40	114, 112, 111, 110, 113, 116, 106, 108
49	In	114,82	115*, 113
50	Sn	118,69	120, 118, 116, 119, 117, 124, 122, 112, 114, 115
51	Sb	121,75	121, 123
52	Te	127,60	130, 128, 126, 125, 124, 122, 123, 120
53	I	126,9044	127
54	Xe	131,30	132, 129, 131, 134, 136, 130, 128, 124, 126
55	Cs	132,905	133
56	Ba	137,34	138, 137, 136, 135, 134, 130, 132
57	La	138,91	139, 138*
58	Ce	140,12	140, 142, 138, 136
59	Pr	140,907	141
60	Nd	144,24	142, 144*, 146, 143, 145, 148, 150
62	Sm	150,35	152, 154, 147*, 149, 148, 150, 144
63	Eu	151,96	153, 151
64	Gd	157,25	158, 160, 156, 157, 155, 154, 152
65	Tb	158,924	159
66	Dy	162,50	164, 162, 163, 161, 160, 158, 156
67	Ho	164,930	165
68	Er	167,26	166, 168, 167, 170, 164, 162
69	Tm	168,934	169
70	Yb	173,04	174, 172, 173, 171, 176, 170, 168
71	Lu	174,97	175, 176*
72	Hf	178,49	180, 178, 177, 179, 176, 174, 175
73	Ta	180,948	181
74	W	183,85	184, 186, 182, 183, 180
75	Re	186,2	187*, 185
76	Os	190,2	192, 190, 189, 188, 187, 186, 184
77	Ir	192,2	193, 191
78	Pt	195,09	195, 194, 196, 198, 192, 190*
79	Au	196,967	197
80	Hg	200,59	202, 200, 199, 201, 198, 204, 196
81	Tl	204,37	205, 203, (207*, 208*, 210*)
82	Pb	207,19	208, 206, 207, 204, (210*, 211*, 212*, 214*)
83	Bi	208,980	209*, (210*, 211*, 212*)
84	Po	—	(210*, 211*, 212*, 214*, 215*, 216*, 218*)
85	At	—	(215*, 216*, 218*)
86	Rn	—	(222*, 220*, 219*)
87	Fr	—	(223*)
88	Ra	—	226*, (223*, 224*, 228*)
89	Ac	—	(227*, 228*)
90	Th	232,038	232*, (227*, 228*, 230*, 231*, 234*)
91	Pa	—	231*, (234*)
92	U	238,03	238*, 235*, 234*

A = Massenzahl =
Gesamtzahl der Nukleonen
 Z = Ordnungszahl =
Anzahl der Protonen
 $N = A - Z$ = Zahl der Neutronen

Nuklid: A Symbol
 Z

Isotope: Z fest, N variabel

Isotone: N fest, Z variabel

Isobare: A fest, Z und N variabel

92 natürliche Nuklide
Elemente
 ≈ 340 natürliche Nuklide

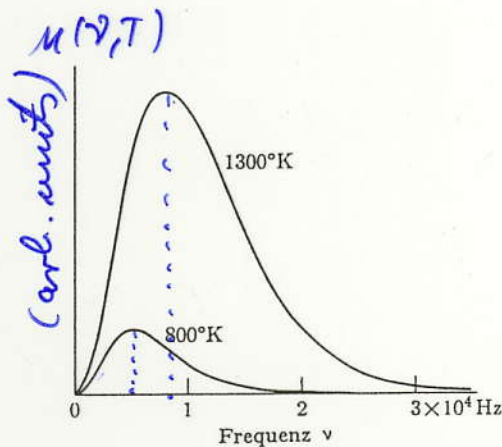
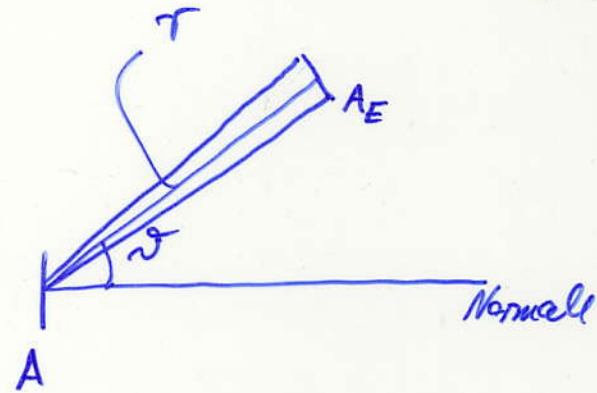
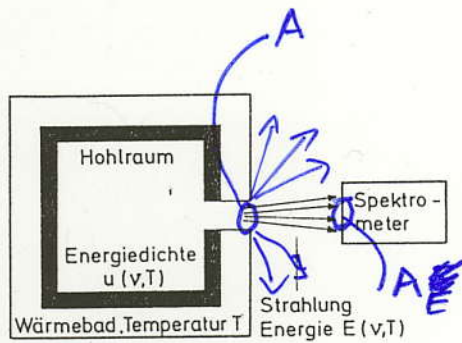
≈ 11 künstliche Elemente

≈ 1100 künstliche Nuklide

22 nat. Reinelemente
(nur 1 Nuklid)

Mittelwert aller
natürlichen Isotopen-
verteilung

Raumwinkel $\Delta\Omega = \frac{A_E}{r^2}$



kontinuierliches Spektrum
unabhängig von Form
und Material des
Hohlraums, nur abhängig
von ν und T allein

$\nu_{\max} = 5,880 \cdot 10^{10} \frac{\text{Hz}}{\text{K}} \cdot T$ Wiensches Verschiebungsgesetz

von der Fläche A unter dem Winkel $d\Omega$ in den
Raumwinkel $\Delta\Omega$ unpolarisiert abgestrahlte
Energie im Zeitintervall Δt und Frequenz-
intervall $[\nu, \nu + d\nu]$.

$$E(\nu, T) = \underbrace{u(\nu, T)}_{\frac{\text{J}}{\text{m}^3}} \cdot \underbrace{d\nu}_{\frac{\text{J}}{\text{m}^2}} \cdot \underbrace{c \cdot \Delta t}_{\frac{\text{J}}{\text{m}^2}} \cdot \underbrace{\frac{\Delta\Omega}{4\pi}}_{\frac{\text{J}}{\text{m}^2}} \cdot A \cos\theta$$

gesamte pro Fläche und Zeitintervall in den
rechten Halbraum abgestrahlte Energie $\frac{1}{2} \pi$

$$S(T) = \frac{E(\nu, T)}{\Delta t \cdot A} = \int_0^\infty d\nu c u(\nu, T) \cdot \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} \sin\theta d\phi$$

$$= \frac{1}{2} c \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \sigma \cdot T^4 \quad \text{Stefan-Boltzmann-Gesetz}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

3.2 Der photoelektrische Effekt

Befreiung von Elektronen durch Licht aus Metallen (entdeckt von Hertz 1887, von Lenard um 1900 näher untersucht)

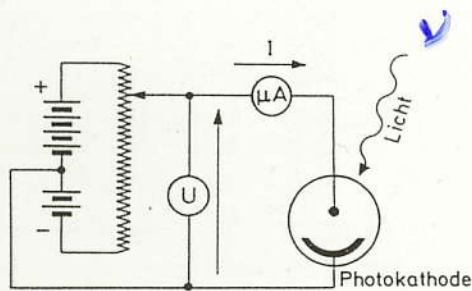
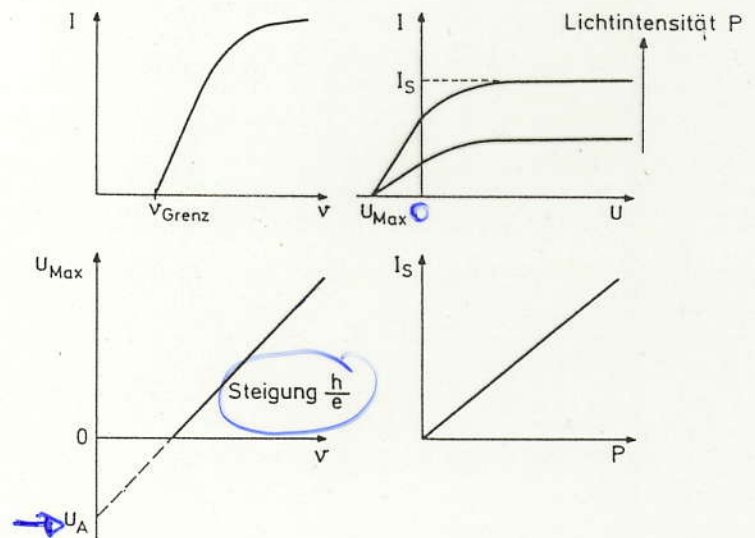
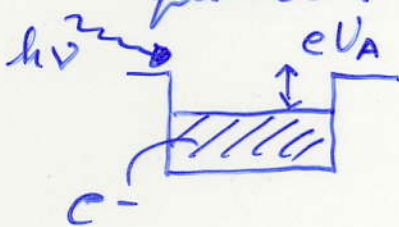


Abb. 5.6. Der Photoeffekt. Oben: ein negativ aufgeladenes Elektrometer wird bei Belichtung der Elektrode entladen, ein positiv aufgeladenes nicht. Unten: Anordnung zur quantitativen Messung des Photoeffektes (Spannung U , Strom A)



Deutung durch Einstein (1905) mit Lichtquantenhypothese



$$h\nu \geq h\nu_{Gr} = e \cdot U_A \quad \text{Austrittsarbeit des Metalls}$$

Intensität $\propto E = n \cdot h\nu$
größer $N \Rightarrow$ mehr Elektronen,

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_e v^2 = h\nu - eU_A$$

$$eU_{Max} = h\nu - eU_A$$

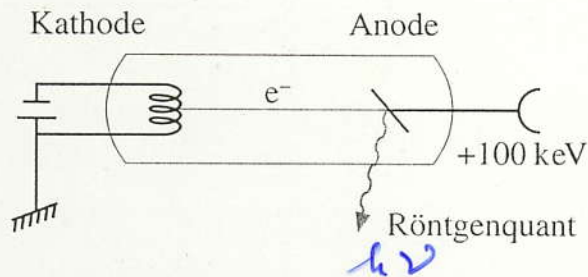
$$U_{Max} = \left(\frac{h}{e} \right) \cdot \nu - U_A$$

Tabelle 5.1. Austrittsarbeiten U_A und Grenzwellenlängen λ_{Gr} einiger Metalle

Metall	U_A [eV]	λ_{Gr} [nm]
Li	2,46	504
Na	2,28	543
K	2,25	551
Rb	2,13	582
Cs	1,94	639
Cu	4,48	277
Pt	5,36	231

3.3 Bremsstrahlung (inverser photoelektrischer Effekt)

(a) Aufbau



(b) Mikroskopischer Prozeß

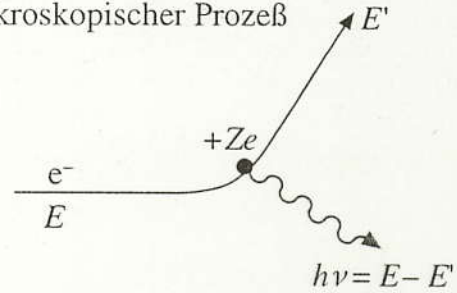
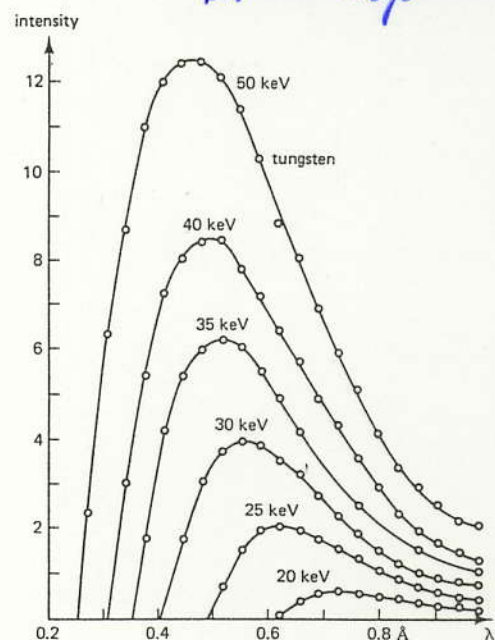
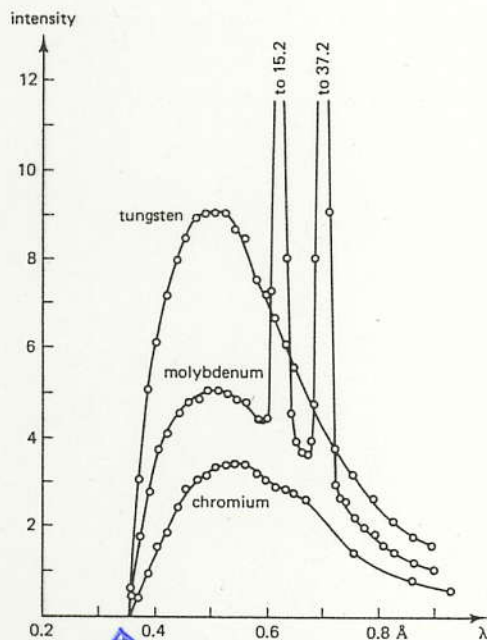


Abb. 26.17. (a) Prinzip der Röntgenröhre. (b) Mikroskopisches Bild der Entstehung von Bremsstrahlung

charakteristisches Spektrum
von Molybden
Bremspektrum



grenzwellenlänge

$$h\nu_{gr.} = \frac{1}{2} m v^2 = eU$$

$$\nu_{gr.} = \frac{eU}{h} = \frac{c}{\lambda_{gr.}}$$

$$\lambda_{gr.} = \frac{h \cdot c}{eU}$$

3.4 Die Compton - Streuung

Compton (1921): Streuung von Röntgenstrahlen an freien Elektronen

Beobachtung: Elektronen erleiden bei der Streuung einen Rückstoß $\Rightarrow$ absorbieren Energie
Röntgenquant besitzt nach dem Streuvorgang eine geringere Energie

amorphes Target

Erwartung: Rayleigh-Streuung (el. Dipol)

$\lambda_{\text{Primär}} = \lambda_{\text{Streustrahl}}$

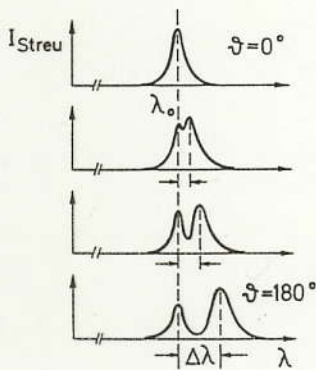
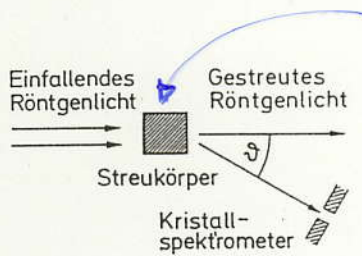


Abb. 5.8. Zum Comptoneffekt: Oben: Schema der Meßanordnung. Das am Streukörper (z.B. Graphit) gestreute Röntgenlicht wird als Funktion des Streuwinkels ϑ gemessen. Unten: gemessene Streustrahlung für verschiedene Streuwinkel ϑ , nimmt von oben (0°) nach unten (180°) zu. Man sieht die unverschobene Rayleigh- und die spektral verschobene Compton-Streustrahlung

Compton verschiebung: $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_c(1 - \cos\vartheta)$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c} = 2,4262 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Compton-Wellenlänge λ_c Elektronen
unabhängig von $\lambda_{\text{Primär}}$

Interpretation und Ableitung: Stoßprozeß
eines Röntgenquants mit
einem Elektron

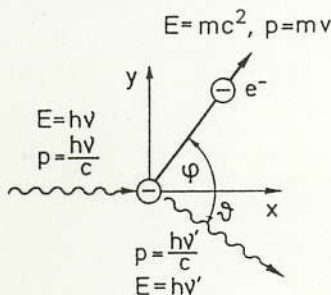


Abb. 5.9. Zur Erklärung des Compton-Effektes: Das ankommende Röntgenquant mit der Energie $E = h\nu$ und dem Impuls $p = h\nu/c$ stößt mit einem Elektron zusammen. Dabei überträgt es auf dieses Energie und Impuls. Das gestreute Röntgenquant hat deshalb verminderte Energie $h\nu'$ und verminderten Impuls $h\nu'/c$

3.5 Die spezifische Wärme von Festkörpern

$$C = \frac{dE}{dT}$$

Atom = klassischer Oszillator (3 Schwingungsfreiheitsgrade)

$$\bar{E} = k_B T \text{ pro Freiheitsgrad}$$

$$1 \text{ mol} \hat{=} N_A \text{ Atome}$$

$$E = 3 \cdot N_A \cdot k_B T$$

molare Wärme $C = \frac{dE}{dT} = 3 N_A k_B = \begin{cases} 24,47 \text{ J/K} \\ 5,94 \text{ cal/K} \end{cases}$

Gesetz von Dulong und Petit

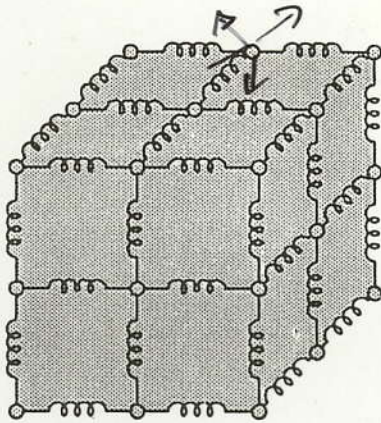


Fig. 3.16 Schematic model of a crystalline solid. The atoms are held in their positions by springs.

Experiment

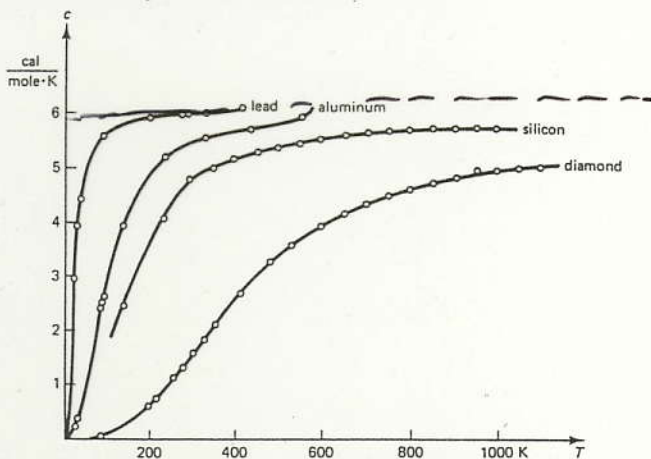


Fig. 3.17 Specific heats of lead, aluminum, silicon, and diamond as a function of temperature. (From F. K. Richtmeyer et al., *Introduction to Modern Physics*. © 1955 by McGraw-Hill Book Co. Reproduced with permission.)

Einstein

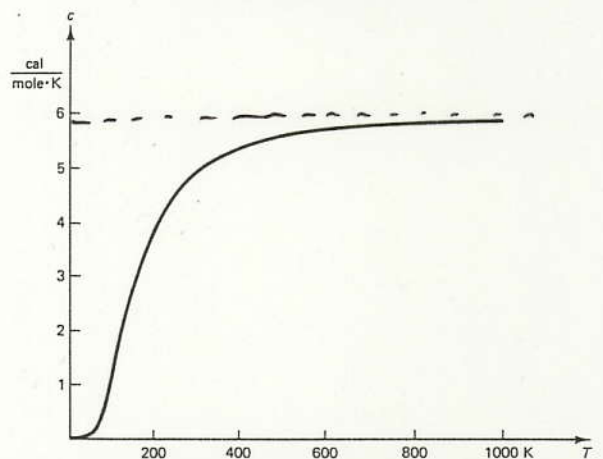


Fig. 3.18 Specific heat of a crystalline solid according to Einstein's formula, with an assumed frequency of 1×10^{13} Hz. At high temperature, the specific heat asymptotically approaches $3k_B$.

Einstein (1907)

$$\bar{E} = 3 \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

$$E = 3 \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \cdot N_A$$

$$C = \frac{dE}{dT} = 3 k_B N_A \left(\frac{h\nu}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{\frac{h\nu}{k_B T}}}{(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1)^2}$$