



11. Übung zur Analysis IV (DGL)

Sommersemester 2007

45.) Gegeben sei die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & c \\ 0 & -c & b \end{pmatrix}.$$

Für welche Werte $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt jeweils:

- Alle Lösungen von $y' = Ay$ streben für $t \rightarrow \infty$ gegen 0.
- Alle Lösungen von $y' = Ay$ sind auf $[0, \infty[$ beschränkt.
- Nur die triviale Lösung von $y' = Ay$ ist auf $[0, \infty[$ beschränkt.
- Alle Lösungen von $y' = Ay$ sind auf \mathbb{R} beschränkt.
- Nur die triviale Lösung von $y' = Ay$ ist auf \mathbb{R} beschränkt.

46.) Bestimmen Sie für das System

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 1 + \lambda & -1 \end{pmatrix} x$$

in Abhängigkeit vom Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ die allgemeine Lösung und das zugehörige Phasenporträt und untersuchen Sie jeweils den kritischen Nullpunkt auf Stabilität. Stellen Sie weiter die Lösung mit $x(0) = \xi \in \mathbb{R}$ als Linearkombination von Eigenvektoren der Koeffizientenmatrix des Systems dar.

47.) a.) Untersuchen Sie für das System

$$\dot{x} = -2x + xy^3, \quad \dot{y} = -x^2y^2 - y^3$$

den Stabilitätscharakter des Gleichgewichtspunktes $(0, 0)$.

Hinweis: $ax^2 + by^2$.

b.) Untersuchen Sie die Ruhelage $u = 0$ der Gleichung

$$u'' + \epsilon u' + h(u) = 0$$

mit einer lokal L-stetigen Funktion $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(0) = 0$, $\forall_{x \neq 0} xh(x) > 0$ und einem Parameter $\epsilon \geq 0$ auf Stabilität.

Hinweis: „Energiefunktion“ $E(x, y) = \frac{y^2}{2} + \int_0^x h(s) ds$.

48.) (Erst nach Vorliegen von Satz 5.3.3 zu bearbeiten) Untersuchen Sie die Gleichgewichtslösungen des Systems

$$\dot{x} = \sin(x + y), \quad \dot{y} = e^x - 1$$

auf ihre Stabilitätseigenschaften.

Dieses Blatt fließt nicht mehr in die Berechnung zur Klausurzulassung mit ein. Aufgrund der Klausurrelevanz können Bearbeitungen hierfür bis Montag, den 9. Juli bis 10:00 Uhr abgegeben werden. Die Ausgabe der korrigierten Bearbeitungen erfolgt in der Vorlesung am 13. Juli. Eine Besprechung der Aufgaben findet statt am Montag, den 16. Juli in der Vorlesung.

Die Klausur findet statt am Montag, den 16. Juli von 13:30 Uhr bis 15:30 Uhr im Turing-Hörsaal. Informationen zur Zulassung stehen ab 10. Juli bereit. Hilfsmittel zur Klausur sind lediglich Übungs- und Vorlesungsmitschriften sowie sonstige handschriftliche Aufzeichnungen.